

이학학사학위 논문

**데이터 전처리와 구조를 이용하여 Hopfield
Network의 성능 향상**

**Improving performance of Hopfield Network using
data preprocessing and structure**

2022. 11.

이현우

인하대학교 물리학과



이학학사학위 논문

**데이터 전처리와 구조를 이용하여 Hopfield
Network의 성능 향상**

**Improving performance of Hopfield Network using
data preprocessing and structure**

2022. 11.

이현우

인하대학교 물리학과

지도교수 : _____ (인)

논문을 이학학사 학위 논문으로 제출함.

이 논문을 이 현 우의 이학학사 학위논문으로 인정함.

년 월 일

논문사정위원장	(인)
논문사정위원	(인)
논문사정위원	(인)
논문사정위원	(인)

초 록

데이터가 중요해진 현 시대에 데이터 전처리를 통하여 구형 모델인 홉필드 네트워크(Hopfield network)의 성능을 향상을 시도하고 그리고 홉필드 네트워크로 이루어진 퍼셉트론 구조에서 성능이 향상되는 것을 확인하였습니다.

이번 연구에서 홉필드 네트워크를 사용한 이유는 홉필드 네트워크의 연상기억능력을 이용하기 위해서 입니다. 연상 기억능력은 연상이 되는 패턴들을 연결강도로 저장하였다가 미지의 패턴이 주어졌을 때, 주어진 패턴과 가장 유사한 기준 패턴을 연상해낸다.

연상 기억장치를 이용하여 손 글씨 데이터(MNIST)를 입력 해보았으나, 연상 기억장치에 저장된 패턴을 주어도 연상에 실패하였습니다. 모든 결과는 왜곡된 손 글씨 이미지를 얻었습니다. 그 원인을 이미지 간의 유사도 즉, 각 패턴의 겹침(overlap)에서 영향을 받을 알고 이미지 데이터 전처리를 통하여 겹침을 줄여서 연상 기억장치에 성능을 향상 시켜보았습니다.

또한 연상 기억장치에 저장된 패턴이 아닌 어떠한 손 글씨 이미지 데이터를 입력 하여도 인식이 되도록 이미지 데이터 전처리를 하여 연상되는지 확인하기 해 보았습니다. 결과적으로는 홉필드 네트워크 단 하나만으로는 실패하여 성능을 올리기 위해 퍼셉트론 구조 유사하게 설계하여 전처리뿐만 아니라 구조에도 성능이 향상됨을 확인 하였습니다.

목 차

제 1 장 서론

제 2 장 Model and Method

2-1. 홉필드네트워크

2-2. MNIST

2-3. Perseptron 구조

제 3 장 Result

3-1. 이미지 전처리

3-2. Perseptron

제 4 장 Discussion

참고문헌

제 1 장 서론

현대 사회에서 데이터가 가지는 의미는 매우 커졌습니다. 그러한 데이터를 어떻게 정제하고 다루는지에 따라 가치가 매우 달라집니다. 또한 데이터를 분석하는 모델 또한 매우 중요해졌으며 모델이 가지는 구조 같은 것들이 매우 큰 영향을 가지고 있습니다. 이번 논문에서는 다양한 데이터중 비정형 데이터라 부르는 이미지 데이터를 사용할 것입니다. 컴퓨터가 물체나 글씨를 인식하는 것은 이미 사회 전반에 걸쳐서 찾아 볼 수 있습니다. 예를 들어 Covid-19가 유행할 때 입구에서 사람을 추적하고 온도를 알려주던 장치, 자율 주행, 과속단속기 등등 이러한 것을 아우르는 분야인 컴퓨터 비전이라고 있습니다. 이와 같이 이미지 데이터의 중요성이 높아졌고 이미지 데이터를 다루는 방법이 얼마나 중요한지에 대해 홉필드 네트워크를 통해 알아보겠습니다.

다른 연구에서 밝혀진 홉필드 네트워크의 단점으로는 네트워크의 성능은 많은 제한을 가지고 있습니다. 그 제한은 연상 기억장치가 제한된 용량과 능력을 가지고 있다는 것입니다. 기준으로 저장되는 패턴이 매우 많으면 연상을 실패하고 무한 루프에 도는 경우가 생겼었습니다. 위 원인을 파악하고 데이터 전처리와 모델의 구조를 통하여 성능이 향상되는지 확인 하였습니다.

제 2 장 Model, Method

2.1 Hopfield network

1982년 미국 캘리포니아 공과대학 물리학자 존 홉필드(John J. Hopfield)가 처음 제안한 상호 결합형 신경망모델이 홉필드 네트워크(Hopfield network)이다. 홉필드 네트워크는 연상기억이나 최적화 문제를 푸는데 많이 사용된다. 이번 연구에서 사용되는 연상기억은 일정한 기준 패턴들을 연결강도로 저장하였다가 미지의 패턴이 입력될 때 가장 유사한 패턴을 찾아낸다. 홉필드 네트워크는 에너지 함수가 신경망 행위를 분석하고 제어하는데 큰 역할을 한다는 것을 여러 사람들에게 확신시킨 것이 홉필드였다.

홉필드 네트워크의 연상 기억장치는 연결강도로 저장된 기본 패턴을 가지고 있다가 미지 혹은 왜곡된 패턴이 입력이 되었을 때, 저장된 기본 패턴중 가장 유사한 패턴을 출력합니다. 이것은 마치 인간이 과거의 기억을 바탕으로 새로운 사건에서 과거의 기억을 연상 해내는 것이나 왜곡되거나 불완전한 사진을 보았을 때, 원본이 어떠한 사진인지를 유추해내는 능력과 비슷합니다. 이를 이용하여 2.2장에서 설명할 MNIST database를 이용하여 손글씨 데이터를 인식이 가능한지를 확인 해보았습니다.

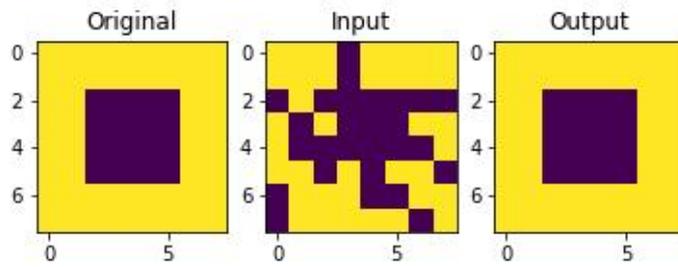


그림 1) 연상기억 장치의 예시(Original: 원본이미지)

그림 1) 은 연상 기억 장치의 성능을 예시로 만들어 보았습니다.

연결 강도에 저장된 이미지 패턴은 ‘ㄱ’, ‘ㄴ’, ‘ㄹ’ 이 저장되어 있으며 그중 하나인 ‘ㄹ’ 패턴 이미지에 노이즈를 넣어 홉필드 네트워크에 입력하고 실행하였을 시에 출력 값으로 ‘ㄹ’ 패턴을 다시 출력하는지에 대한 예시입니다. 즉, 연상기억장치는 노이즈가 추가되거나 불특정 패턴의 input 이미지를 홉필드 네트워크에 넣었을 때, 저장된 기본 패턴과 가장 유사한 패턴을 아웃풋으로 출력하는 모델입니다.

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{i,j} S_i S_j \quad \text{수식(1)}$$

$$J_{ij} = \xi_i \xi_j \quad \text{수식(2)}$$

수식(1)은 홉필드 네트워크의 해밀토니안 수식으로 수식(2)와 대입하여

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} \xi_i \xi_j S_i S_j = -\frac{1}{2} \sum_i \xi_i S_i \sum_i \xi_j S_j = -\frac{1}{2} (\sum_i \xi_i S_i)^2 \quad \text{수식(3)}$$

홉필드 네트워크에는 여러 패턴이 존재하여 p개의 패턴이 있다면 $\vec{\xi}^{(1)}, \vec{\xi}^{(2)}, \dots, \vec{\xi}^{(p)}$ 이며 J 또한 바뀌게 된다.

$$J_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{\alpha} \xi_i^{(\alpha)} \xi_j^{(\alpha)} \quad \text{수식(4)}$$

수식 (4)를 수식(1)에 대입하여 정리하면

$$E = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{p} \sum_{\alpha} \sum_i \xi_i^{(\alpha)} S_i \right)^2 \quad \text{수식(5)}$$

$$\Delta E = 2 \left(\sum_i J_{ki} S_k S_i - J_{kk} \right) \quad \text{수식(6)}$$

수식(6)은 $\Delta E \leq 0$ 이면 $S_k \rightarrow -S_k, F_i \rightarrow F_i - \Delta F_i$ (where, $\Delta F_i = -2J_{ij} S_k$) 일 때 업데이트를 하게 된다. 이러한 차이는 연결강도에 저장된 패턴 중 가장 유사한 패턴의 에너지와 같아지도록 에너지를 감소시키게 된다.

2.2 MNIST

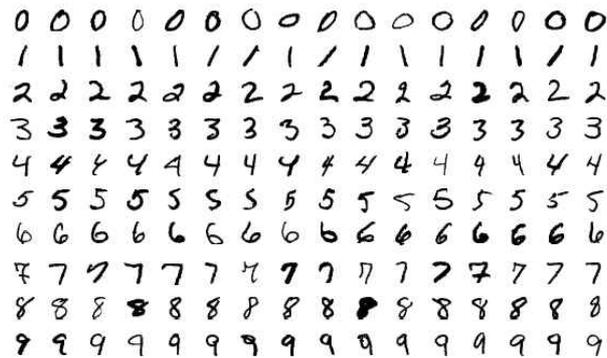


그림 2) MNIST Database image

MNIST database(Modified National Institute of Standards and Technology database)는 이번 홉필드 네트워크에 사용이 될 손 글씨 이미지 데이터로 손으로 쓴 숫자들로 형성된 대형 데이터베이스이다. 크기는 (28,28)의 형태를 가지고 있다. 숫자의 영역은 흰색으로 데이터로는 255이다. 배경은 검은색으로 이루어져 있으며 데이터로 0이다. 연구 처음에는 연상기억장치에 기준이 될 패턴으로

결정된 손 글씨 이미지는 28*28인 이미지를 모두 더하여 각 숫자 데이터의 총 개수 나누어서 평균을 낸 이미지를 생성하였습니다.

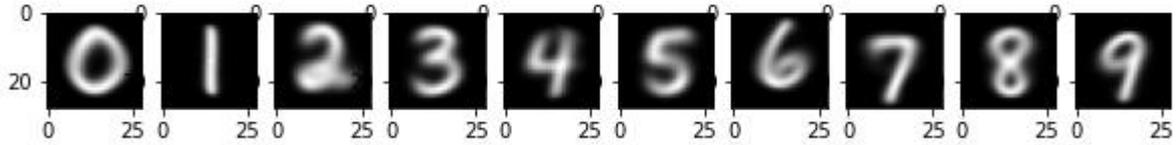


그림 3) 손 글씨 데이터의 평균 이미지

$$x' = \begin{cases} -1, & \text{if}(x \leq \text{계값}) \\ 1, & \text{if}(x > \text{임계값}) \end{cases} \quad (0 \leq x \leq 255) \quad \text{수식(7)}$$

위 이미지를 수식 (7)의 임계 값을 기준으로 이진화를 실행하여 홉필드 네트워크의 기준 패턴으로 입력하였습니다. 그러나 발생한 문제는 연상기억 장치에 입력된 원본 패턴을 넣어도 연상하지 못하고 무한루프를 하는 문제가 발생하였습니다. 이러한 문제가 발생한 원인은 중복으로 겹치는 영역이 매우 높아 인식을 못한다는 것이었습니다.

이러한 문제를 해결하기 위해 -1과 1로 이루어진 이미지를 데이터를 각각 숫자마다 비교하여 해밍 거리(두 문자열에서 서로 다른 단어의 개수)를 이용하여 얼마나 중첩되는지를 확인하고 외곽의 검은 부분 또한 중복의 영역의 큰 영향을 미치는 것을 확인 하였습니다.

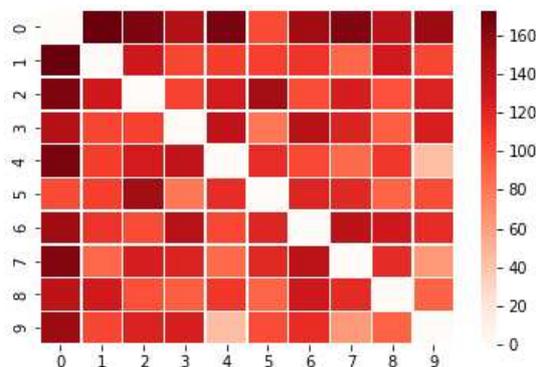


그림 4) 28* 28 사이즈를 가진 손 글씨 데이터에서의 해밍 거리를 나타낸 히트맵

그림 4) 에서 확인 할 수 있듯이 해밍 거리가 낮다는 것은 중복된 영역이 많은 것으로 가장 많은 중복된 숫자는 4와9입니다. 둘은 해밍 거리가 44로 약 94%의 영역이 겹치는 것으로 확인 할 수 있었습니다. 이를 최소화 하기위해 외곽의 검은 영역을 자르고 임계 값에 따른 해밍 거리를 확인 하여 중복을 최소화 하였습니다. 위 결과에서 기본 패턴을 넣어서 기본 패턴을 연상하는 것에서 상당한 성능향상을 확인 하였으며 이제는 MNIST Database의 평균값을 하지 않고 선정한 랜덤 숫자 데이터를 같은 이미지 전처리를 통하여 홉필드 네트워크에 넣어 보았으나 기본패턴을 입력 했을 때처럼 확실한 성능을 거두지는 못하였습니다. 그래서 생각한 것이 구조로 성능을 향상시키는 것입니다.

2.3 Perceptron 구조

랜덤한 숫자에서는 연상에 실패하는 것이 연상 기억 장치의 한계로 생각하여 네트워크를 여러 개 사용하는 구조를 통하여 성능을 향상 시켜보았습니다.

홉필드 네트워크에 성능을 향상하기위해 머신러닝의 기본이 되는 퍼셉트론 구조에서 영감을 받아 홉필드 네트워크를 각 노드로 취급하여 비슷한 구조를 가지도록 설계 해보았습니다. 또한 연상기억 장치의 없는 패턴이 들어올 경우 가장 유사한 패턴을 찾는 것이 오래 걸리는 것을 이용하여 홉필드 네트워크를 일정 횟수만 실행하여 유사도가 떨어지는 노드의 값을 입력 2계층 노드에 들어가는 것을 막아서 신경망이 끊어지는 드롭 아웃(Drop out) 효과와 비슷한

효과를 볼 수 있도록 설계 했습니다.

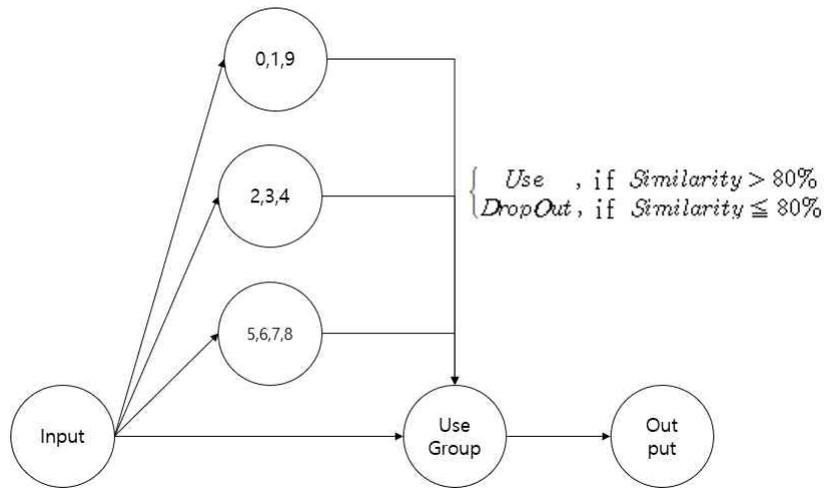


그림 5) 퍼셉트론 구조의 예시

많은 기준 패턴이 무한 루프를 만들어 연상에 실패하는 것을 유의하고 각 숫자를 3그룹으로 나누어서 연상기억 장치의 무리가 가지 않도록 그룹을 만들었습니다. 그룹의 선정 기준은 해밍 거리가 가장 가까운 4와9를 각각 다른 그룹에 배치시키고 4랑 해밍 거리가 먼 숫자 2개로 1번 그룹 생성, 9와 해밍 거리가 먼 숫자 2개를 2번 그룹으로, 나머지 숫자가 포함된 3번 그룹 총 3가지 그룹을 만들어서 해밍 거리를 고려하여 만든 그룹은 [0,1,9], [2,3,4], [5,6,7,8] 과 [1,2,4],[0,3,9],[5,6,7,8] 두 그룹을 생성하여 진행하였습니다.

그림 5) 는 홉필드 네트워크를 이용하여 설계한 구조의 모형입니다.

입력(INPUT) 노드에서 그림 5) 상단의 3가지 그룹의 홉필드 네트워크에 입력이 되어서 있으면 출력으로 나온 패턴을 모아서 그림 5) 의 Use Group에 연상기억장치의 기본 패턴으로 입력을 시키고 다시 입력 데이터를 Use Group 노드에 넣어주게 되면 연상이 성공적으로 하는지에 대해 확인 하였습니다.

제 3 장 Result

3.1 이미지 전처리

MNIST database에서 연상기억장치에 연결강도에 들어가 기준 패턴을 생성할 때, 4와9의 손 글씨는 약 94%의 매우 높은 중복된 영역을 가지는 것이 홉필드 네트워크의 성능을 나오지 않게 되는 것을 확인하여 가장 중첩이 많은 검은 외곽 부분을 제거해보았습니다. 또한, 이미지 데이터 사이즈의 차이와 임계 값을 따라 해밍 거리의 변화를 살펴해보았습니다.

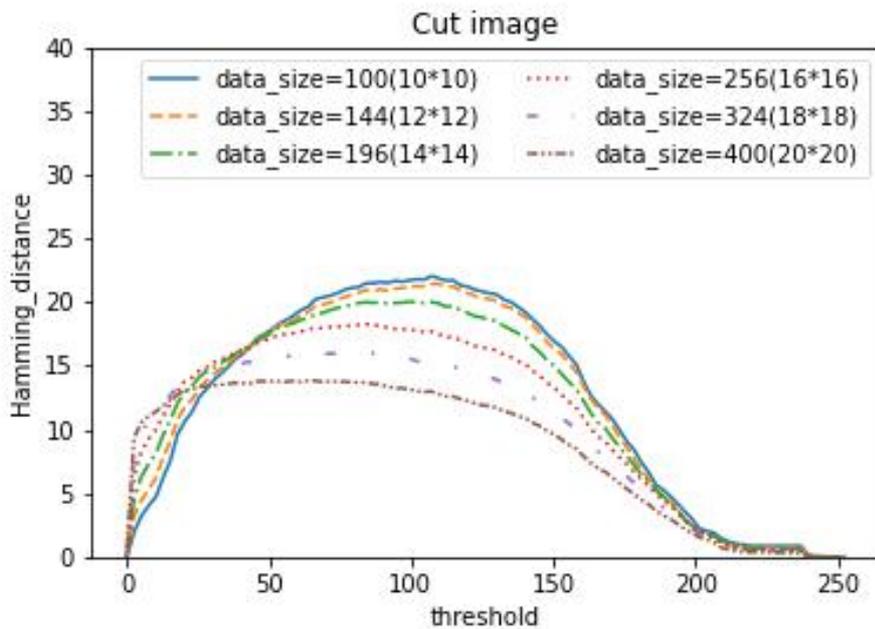


그림 6) 데이터 사이즈와 임계 값에 따른 해밍 거리의 변화
해밍 거리가 (28,28)일 경우에는 44로 약 94%의 겹침을 가지고 있었지만 데이터 사이즈가 (10,10) 일 경우 22까지 낮아져서 약 78%의 겹침을 가지게 되었습니다. 또한 임계 값 으로는 107에서 가장 해밍 거리가 높게 나오게 되었습니다.

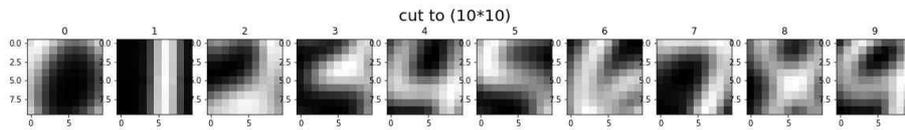


그림 7) (10,10) 사이즈의 이미지데이터로 잘랐을 경우
 하지만 그림 7)과 같이 (10,10)의 경우는 인간이 관측하기에는 너무
 작은 이미지 사이즈를 가지고 있어서 어떠한 숫자인지 분간이 안가는
 상황이 생겨서 다음 사이즈인 (12,12)와 임계 값 107로 평균
 이미지를 생성 하였습니다.

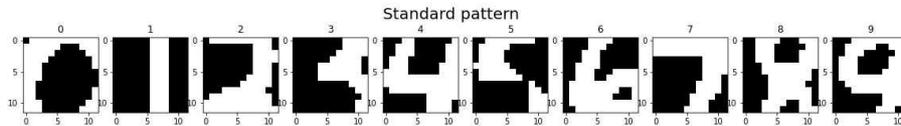


그림 8) 연상 기억 장치에 들어갈 기준 이미지 (12,12) 패턴
 또한 (14,14) 사이즈에서는 홉필드네트워크가 연상의 실패하여 무한 루프를
 발생시켰습니다. 그래서 (12,12) 사이즈를 선택하였습니다.

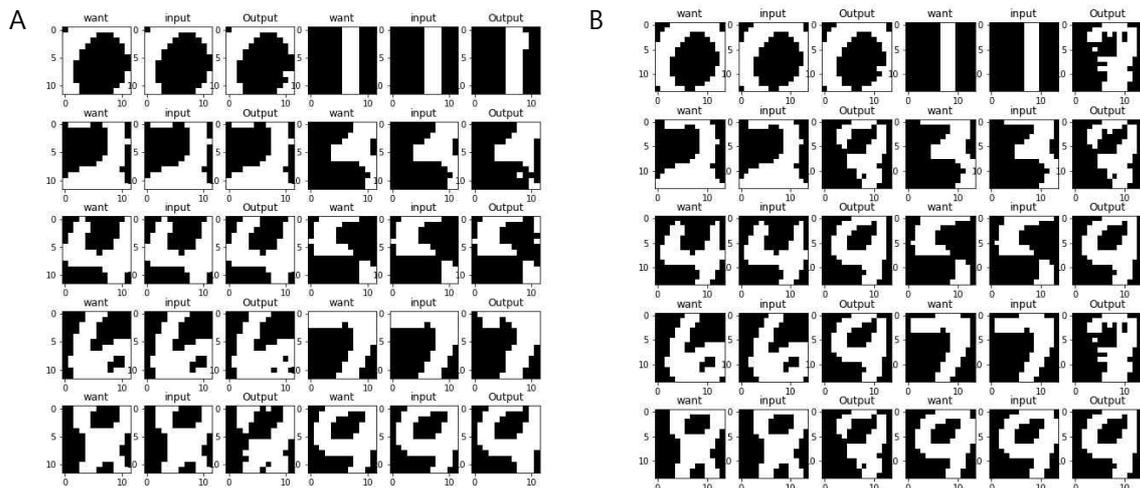


그림 9) 같은 임계 값에서 사이즈에 따른 홉필드 네트워크에 연상 능력의 변화

A: 이미지 데이터(12,12) 사이즈 B: (14*14) 사이즈

그림 9) 에서는 (12,12) 위에서 보듯이 (14,14) 사이즈에서는 본인 패턴을 연상에 실패하였습니다. 이렇듯 모델의 특성에 따라 데이터 전처리를 통하여 모델의 성능을 확연히 올릴 수 있었습니다.



그림 10) 사이즈 (12,12)에서 각 숫자간의 해밍 거리

그림 10)에서 (12,12)사이즈에서 4와 9의 겹침의 정도는 22로 약 84%입니다. 위의 결과로 홉필드 네트워크는 연상기억장치에 저장할 기본 패턴이 서로 많은 겹침을 가지고 있으면 연상의 실패 하는 것을 알 수 있었습니다. 이 다음에는 연상기억 장치에 입력이 된 패턴을 제외하고 아무 손 글씨를 넣었을 때, 연상에 성공하는 것을 목표로 하였습니다. 그냥 홉필드 네트워크 단 하나로 실행 하였을 경우 성공을 하지 못하는 것을 보고 홉필드 네트워크를 노드로 생각하여 구조에 따른 정확도의 차이를 알아보았습니다.

3.2 Perceptron

그림 5)에서 상단 3가지의 노드에 각각 들어갈 그룹을 해밍 거리를 고려하여 2가지 그룹을 만들었는데 A그룹을 [1,2,4],[0,3,9],[5,6,7,8] 과 B그룹을

[2,3,4], [0,1,9], [5,6,7,8] 로 나누어 비교를 하였을 경우

	Percent of correct classification (%)	Percent of spurious patterns (%)	Percent of incorrect classification (%)	most confused number	total(%)
0	62	0	38	6	100
1	94	0	6	0	100
2	52	0	48	8	100
3	82	2	16	1	100
4	50	4	46	9	100
5	48	0	52	9	100
6	56	0	44	1	100
7	54	0	46	9	100
8	46	2	52	9	100
9	56	4	40	0	100

표 1) A그룹([1,2,4],[0,3,9],[5,6,7,8])퍼셉트론 구조 홉필드 네트워크 결과

	Percent of correct classification (%)	Percent of spurious patterns (%)	Percent of incorrect classification (%)	most confused number	total(%)
0	60	2	38	6	100
1	96	0	4	7	100
2	50	0	50	7	100
3	68	0	32	1	100
4	46	4	50	9	100
5	42	0	58	9	100
6	58	2	40	4	100
7	70	0	30	9	100
8	58	0	42	9	100
9	70	4	26	4	100

표 2) B그룹([2,3,4],[0,1,9],[5,6,7,8])퍼셉트론 구조 홉필드 네트워크 결과

표 1)과 표2)에서 1열(Percent of correct classification (%))는 올바르게 연

상한 퍼센트, 2열(Percent of spurious patterns (%))는 무한루프에 빠져 알 수 없는 결과를 주어 연상에 실패한 경우, 3열(Percent of incorrect classification (%))는 오답의 퍼센트입니다. 4열(most confused number)는 숫자를 연상하며 가장 많은 오답의 숫자입니다. 정확도의 평균값은 표 1)은 60%, 표 2)에서는 61.8% 까지 성능이 향상되었습니다.

제 4 장 Discussion

이번 연구에서 목표 했던 이미지 데이터 전처리와 모델의 구조에 따른 홉필드 네트워크에 대한 성능 향상을 보는 것이었습니다. 홉필드 네트워크의 특성을 이해하고 한계를 나타나게 하는 원인인 겹침을 최소화 하기위해 이미지 데이터의 이진화를 위한 임계 값과 데이터의 사이즈에 따라 홉필드 네트워크에 성능이 확연히 차이가 났었습니다. 또한 홉필드 네트워크로 이루어진 퍼셉트론에서는 연상기억장치가 저장하지 않고 있었던 숫자에 대해서도 평균적으로 약 60%의 연상에 성공하는 것을 확인 할 수 있었습니다. 홉필드 네트워크를 이용한 다양한 구조를 하면 더 높은 정확도가 나올 수 있다고 생각합니다.

참고문헌

- [1] IOP (IOP Publishing): M A Belyaev and A A Velichko (2020), "Classification of handwritten digits using the Hopfield network"
(DOI:10.1088/1757-899X/862/5/052048)
- [2] the National Academy of Sciences: Hopfield, John (1982). "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities"
(DOI:10.1073/pnas.79.8.2554)
- [3] OpenCV 4로 배우는 컴퓨터 비전과 머신 러닝: 황선규저, (길벗, OpenCV 4로 배우는 컴퓨터 비전과 머신 러닝, 2019, (3장: OpenCV 주요 클래스)
- [4] 김대수, 하이테크 정보, 1992, Pages 145~165, 홉필드 네트워크
http://www.aistudy.co.kr/neural/hopfield_kim.htm